

Navegación en órbita: frenar para ir más rápido

Ricardo Moreno Luquero - Colegio Retamar (Madrid)

Cuenta Dan Parry, en su libro "Objetivo La Luna" (Planeta, 2009, pág. 92), que el Gemini 4 fue la primera nave americana que intentó acercarse a otra, en 1965. Estaba en la misma órbita circular y un poco por detrás que una fase del cohete Titán ya usada. Como habría hecho cualquiera de nosotros, aceleró ligeramente para intentar alcanzarlo, pero ante su asombro observó que lo que conseguía era alejarse cada vez más de ella. La incipiente navegación espacial en órbita no era tan fácil. Veamos por qué.



Representación del encuentro en órbita de la misión Apolo-Soyuz (1975)

Para analizar lo que ocurre, partamos de cuatro ideas que son consecuencia de las leyes de Kepler, de la conservación de la energía y del momento angular:

1. Un satélite que esté en una órbita circular alrededor de la Tierra, tiene una velocidad que sólo depende del radio de la órbita (1): cuanto más alejado de la Tierra, más despacio va. Eso implica que cuanto mayor sea el radio, tiene una energía cinética menor, pero una energía potencial mayor. La suma de esas dos energías, la energía total, es mayor, por lo que para ir de una órbita baja a otra más alta, hay que consumir energía.

2. Si un satélite describe una órbita elíptica, su velocidad en cada punto varía, y también su altura. En todos sus puntos la energía total es constante, aunque la energía cinética y la energía potencial varíen de un punto a otro.

3. La segunda ley de Kepler dice que en una determinada órbita elíptica, las áreas barridas en tiempos iguales son iguales, lo que implica que un satélite en órbita elíptica, cuanto más cerca esté de la Tierra, más deprisa va.

4. La tercera ley de Kepler nos dice que un satélite tarda más tiempo en dar una vuelta (el periodo) cuanto más grande es el eje mayor de la elipse (2).

Veamos un ejemplo concreto. Supongamos un satélite que gire alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio 11.400 km. Tendría que ir a una velocidad de 5,9 km/s, y su órbita sería una circunferencia de periodo $T = 3,4$ h. (Figura 1)

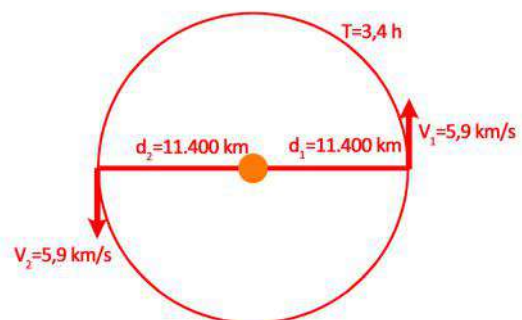


Figura 1: Órbita circular de un satélite (la Tierra no está a escala).

Ahora supongamos (Figura 2) que en el punto de la derecha, el satélite aumente su velocidad a 6,8 km/s: la órbita pasaría a ser una elipse. Según avance, el satélite irá tomando más altura sobre la Tierra y a la vez irá disminuyendo su velocidad, hasta llegar al extremo más alejado de la Tierra ($r_2 = 22.500$ km) (3), donde tendrá una velocidad (4)

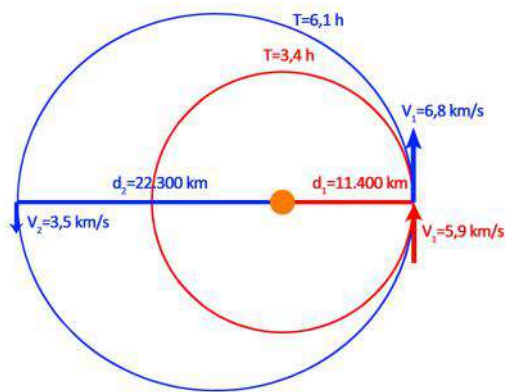


Figura 2: Al aumentar el satélite su velocidad, pasa a una órbita elíptica, y tarda más en dar una vuelta

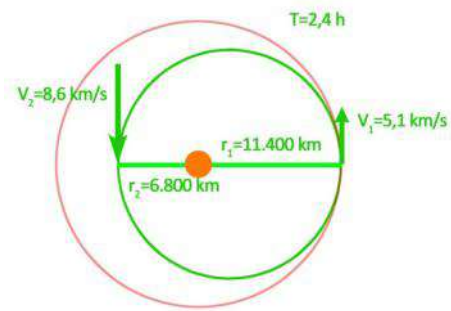


Figura 3: Al frenar, el satélite pasa de una órbita circular a otra elíptica, y tarda menos en dar una vuelta.

de 3,5 km/s. En el regreso, la velocidad aumentará progresivamente hasta llegar al punto inicial, donde volverá a ser 6,8 km/s. Curiosamente, aunque inicialmente hayamos acelerado, como el eje mayor de la elipse ha aumentado, el tiempo que tardará en dar una vuelta completa (5) es mayor (T=6,1 h) que en el caso anterior.

Volvamos a la situación inicial de órbita circular, con una velocidad de 5,9 km/s, y frenemos hasta 5,1 km/s (Figura 3): el satélite caería en una órbita elíptica que le acercaría a la Tierra (r2= 6.800 km), y su velocidad iría aumentando hasta llegar en el extremo opuesto a 8,6 km/s. En la otra mitad de la órbita la velocidad iría disminuyendo hasta llegar de nuevo a los 5,1 km/s en el punto inicial. Como el semieje de la elipse es más pequeño, tarda menos en dar una vuelta completa en la órbita elíptica (T=2,4 h) que en la circular (T=3,4 h).

Pongámonos ahora en la situación del Gemini 4, cuando intentó acercarse al Titán II. Estaba en la misma órbita circular y un poco por detrás del cohete. Al dar un empujón hacia adelante para intentar alcanzarlo, su velocidad aumentó y pasó a una órbita elíptica de eje más grande, similar a la de la Figura 2, y por lo tanto pasaron dos cosas: por una parte empezó a aumentar su altura respecto a la Tierra, mientras que su objetivo (el cohete Titán) fue quedando más y más abajo. Con su mayor velocidad, le sobrepasó desde arriba, pero fue un consuelo efímero, ya que su velocidad empezó a

disminuir en la órbita elíptica, de nuevo se quedó atrás y además cada vez más alto. ¿Y qué habría pasado al completar una órbita entera, y volver a la posición inicial? Pues que como su periodo era mayor que la órbita circular del Titán, el Gemini 4 se habría encontrado en un punto todavía más atrás que al principio. Para alcanzar al cohete Titán que iba por delante, el Gemini 4 debería haber frenado un poco. Así su velocidad disminuiría y habría pasado a una órbita elíptica de eje más pequeño. En un principio vería que se iba quedando todavía más atrás y además por debajo del Titán, pero en su órbita elíptica, empezaría a aumentar su velocidad, y al terminar una vuelta, la habría dado en menos tiempo (su periodo era menor) que el cohete Titán, que estaba en órbita circular, y le habría podido alcanzar. Si no se quiere esperar una vuelta completa para conseguir el encuentro, se debe frenar primero, sobrepasar el objetivo por abajo en una órbita elíptica, luego acelerar para subir en otra órbita elíptica hasta tu objetivo, y por último ajustar la velocidad a la de la órbita circular. O acelerar, sobrepasarlo por arriba, frenar para bajar, y ajustar la velocidad a la órbita circular. En cualquier caso, algo más complejo que la sencilla maniobra que intentó Jim McDivitt, comandante de la Gemini 4.

$$\begin{aligned}
 (1) \quad v &= \sqrt{\frac{GM}{r}} \\
 (2) \quad T &= \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM} a^3} \\
 (3) \quad r_2 &= \frac{-GM \pm \sqrt{G^2 M^2 + v_1^2 r_1^2 (v_1^2 - \frac{2GM}{r_1})}}{(v_1^2 - \frac{2GM}{r_1})} \\
 (4) \quad v_1 \times r_1 &= v_2 \times r_2 \\
 (5) \quad T &= \sqrt{\frac{4\pi^2}{GM} a^3} \rightarrow a = \frac{r_1 + r_2}{2}
 \end{aligned}$$