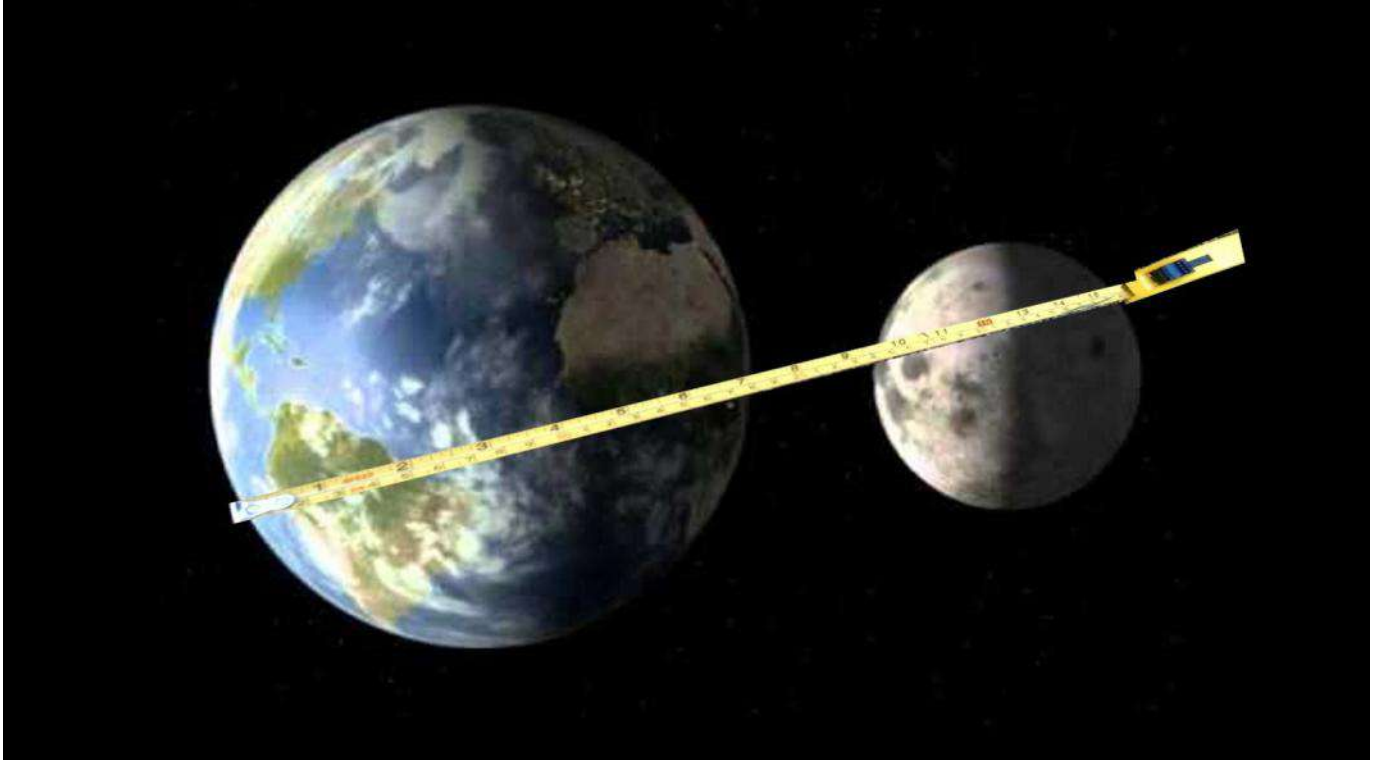


Midiendo la Luna

Esteban Esteban Peñalba



Después de la conocida experiencia de medir la Tierra por el método de Eratóstenes, en alguna de sus diferentes variantes, el que el alumnado pueda calcular también por sus propios medios el tamaño de su satélite puede ser muy motivador e instructivo.

También en el caso de la Luna mi propuesta es seguir líneas similares a las que históricamente se utilizaron para medirlo (Aristarco de Samos en el siglo III A.C.), aunque en este caso se utilizará la fotografía, que evidentemente no estaba en las manos del sabio griego y nos permitirá solucionar algunos inconvenientes importantes con los que él se encontró.

De hecho el método de Aristarco en principio parece correcto pero tiene algunas pegas, como el suponer que la sombra de la Tierra es cilíndrica (al menos tal como se narra en muchas publicaciones), que no afecta excesivamente al resultado porque solo se

trataba de una estimación, y como tal es válido, pero hay que señalarlo en una explicación didáctica.

La idea es utilizar un eclipse de Luna:



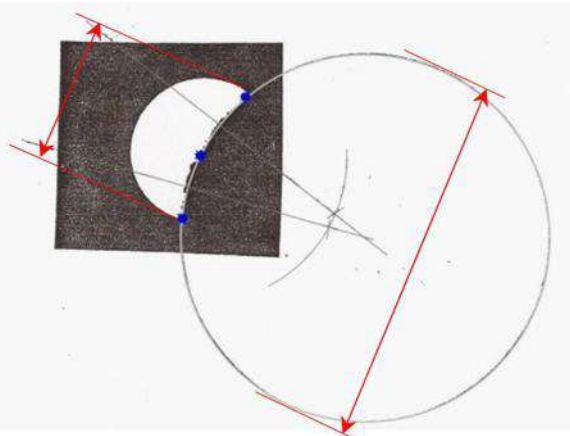
Eclipse del 27-7-2018 al final de la totalidad. Para tomar los datos hay que hacerlo antes o después de esta fase, durante el eclipse parcial

En el eclipse lunar nuestro satélite pasa por el cono de sombra de la Tierra. Si durante la fase parcial del eclipse comparamos el tamaño

de la Luna con el de la sombra de la Tierra, que deducimos del arco de circunferencia que se aprecia en la superficie de la Luna, a partir del tamaño de la Tierra que ya tenemos calculada, se puede calcular el de la Luna.

Parece ser que Aristarco lo hizo utilizando los tiempos en que la Luna tardaba en entrar totalmente en la sombra de la Tierra y lo que tardaba en atravesar toda la sombra. Pero este método no es válido en cualquier eclipse porque cambia mucho de unos a otros según la trayectoria y la profundidad del camino que siga la Luna, y habría que tomar el de mayor duración. Yo propongo utilizar una fotografía que siempre servirá.

A partir del arco de la sombra de la Tierra



en la foto se puede completar la circunferencia entera por métodos de dibujo técnico usando un compás, como se representa en el siguiente gráfico: A partir de 3 puntos siempre se puede dibujar la circunferencia, tomando las mediatrices de dos segmentos determinados por esos puntos (en el gráfico marcados en azul). El punto de corte de dichos segmentos es el centro de la circunferencia.

Si no se tiene soltura en trazar estas líneas, puede hacerse como lo hacían mis alumnos que no se esmeraban mucho: dibujar y recortar varios círculos de papel de varios tamaños, y elegir el que mejor se ajuste a la circunferencia del borde de la sombra terrestre.

La imagen que he puesto corresponde a un

eclipse del 29-11-1993 de madrugada, el primer año que hice el ejercicio con mi alumnado, y que algunos de ellos habían estado en la observación. En este gráfico se mide y calcula la proporción del tamaño de los dos círculos (el de la luna y el de la sombra de la Tierra).

Tal como se puede comprobar en el gráfico, se obtienen unos diámetros de 10,4 y 4,1 cm con la ampliación que me da el tamaño de la imagen. Divido: $10.4/4.1=2.54$

Esta sería la proporción entre el tamaño de la Tierra (ya calculado) y el de la Luna, suponiendo que la sombra de nuestro planeta mantuviera el tamaño de éste (fuese un cilindro). Lógicamente no es así porque la fuente de luz que produce esa sombra (el Sol) es mucho más grande (y por ello

es un cono) ¡Pero también está muy lejos! ¿es un cono muy puntiagudo o no?

Hay una manera de saber aproximadamente en cuanto se reduce esa sombra de la Tierra a la distancia de la Luna, que se deduce del hecho

de que vista la Luna desde aquí tiene un tamaño angular igual al Sol, o que en un eclipse solar el cono de sombra de la Luna prácticamente tiene su vértice en la superficie terrestre. A veces un poco más o un poco menos y por eso hay eclipses anulares y totales.

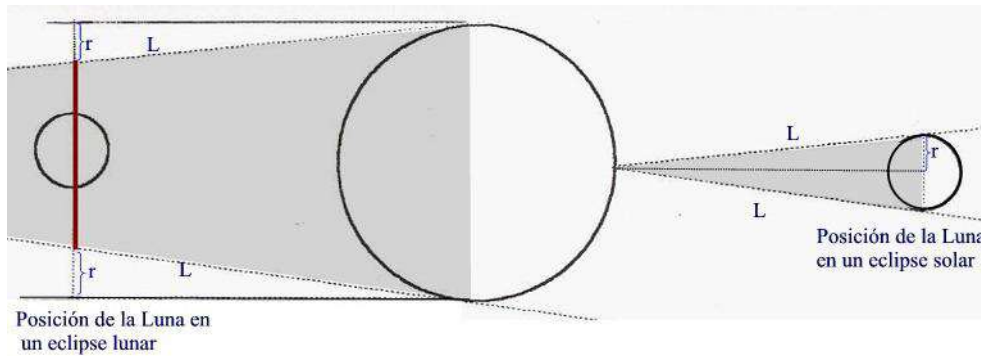
En el gráfico de la página siguiente se ilustra.

Como el Sol está mucho más lejos que la Tierra (y que la Luna) las líneas que delimitan los conos de sombra (en el gráfico, L) de ambos astros son casi paralelas, y por ello la reducción del diámetro de la sombra de la Tierra cuando hay un eclipse es el doble del radio lunar ($2 r$) como se puede apreciar en la figura.

Siguiendo con mis cálculos, a esa escala la Tierra tendría un diámetro de $10.4+4.1=14.5$ y $14.5/4.1=3.54$.

La Tierra es 3.54 veces más grande que la Luna, y tomando el valor del radio terrestre calculado antes (6391 km) sale un radio lunar

matemáticas, y muchas veces el propio método lleva implícito un posible error que no se puede evitar



En este caso el factor más determinante es la distancia a la que se encuentre la Luna en el momento del eclipse. Debido al movimiento en su órbita nuestro satélite puede estar hasta un 7% más lejos o más cerca de la media. Es la circunstancia de la que tanto se habla con las "superlunas".

Representando las situaciones de un eclipse de Sol y otro de Luna se deduce que en éste último el cono de sombra terrestre se ha reducido un diámetro lunar ($2r$)

de $6391/3.54 = 1805$ km. El valor verdadero es de 1737 km por lo que el error es menor de un 5%.

De todas formas, incluso haciendo todo el método de manera exacta puede haber un error mayor.

Errores y valor didáctico

Cuando se plantean estas experiencias didácticas siempre hay alguien que opina que no tiene sentido tanto cálculo. Que si queremos saber cuánto mide la Tierra y la Luna lo podemos mirar en internet y nos ahorramos el trabajo. O una vez acabado el cálculo critica el que el resultado no sea exacto.

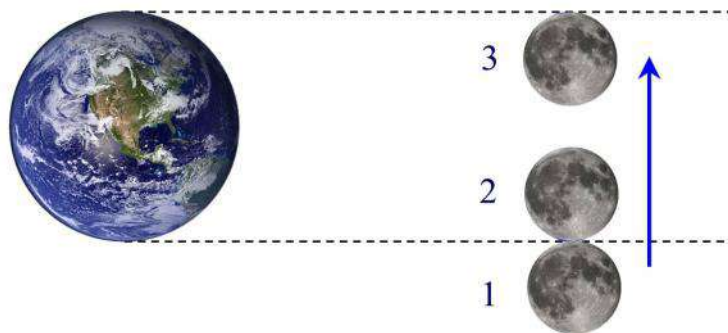
Evidentemente el objetivo no es obtener un resultado, sino aprender el método, conseguir llevarlo a cabo, motivar e incluso, si el valor obtenido es muy incorrecto, analizar qué hemos hecho mal y solucionarlo, porque se aprende mucho más de los errores.

Por otra parte hay que señalar que estos métodos no tienen por qué ser exactos aunque hagamos correctamente las operaciones

Además la determinación exacta del borde de la sombra y el completar la circunferencia que se ajusta a ella no es fácil hacerlo con precisión.

Problemas en el método de Aristarco

Otro asunto es lo relativo a los relatos sobre las experiencias iniciales, en este caso de Eratóstenes o Aristarco. Se pueden encontrar diferentes versiones incompatibles con resultados ambos correctos, y a veces se intenta



El paso de 1 a 2 es proporcional al tamaño de la Luna y de 1 a 3 al tamaño de la Tierra. No es problema el aproximar la sombra por un cilindro, que didácticamente no es importante para entender el método, pero sí que se den unas medidas muy diferentes de las reales.

maquillar el resultado inventándose a posteriori los números para que todo salga extraordinariamente exacto, aunque lo más probable es que no fuera así.

Como ya he repetido, lo importante no es la exactitud del resultado sino el método en sí, y en todo caso la obtención de un valor aproximado en orden de magnitud.

A pesar de que no tiene la menor importancia, no me resisto a poner algún ejemplo de lo que se cuenta y cómo se cuenta:

En el cálculo del tamaño de la Luna por Aristarco aunque hay relatos y explicaciones muy detalladas y completas, en algunos lugares se supone que la sombra de la Tierra era casi cilíndrica y se miden los tiempos en que la Luna pasaba de la posición 1 a la 2 y de la 1 a la 3.

El punto 1 es cuando comienza el eclipse parcial, el 2 cuando comienza el total y el 3 cuando acaba el total.

A veces se dice que “Aristarco comprobó que la Luna tardaba 4 veces más en pasar de 1 a 3 que de 1 a 2, con lo que aproximadamente su tamaño es la cuarta parte”

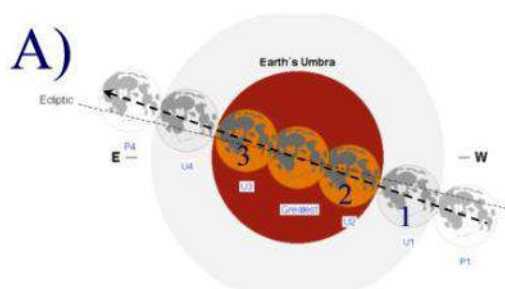
La conclusión sabemos que es cierta (no es muy diferente 4 o el valor real 3.7) pero en ningún eclipse tardará más de 2.7 veces más de 1 a 3. Se cambian los números para compensar el error en el diseño.

En otros casos se hace un planteamiento correcto con los conos de sombra pero se habla

de que Aristarco tomó los tiempos “en un eclipse” sin más. Pero los datos van a ser muy diferentes según el eclipse que se tome.

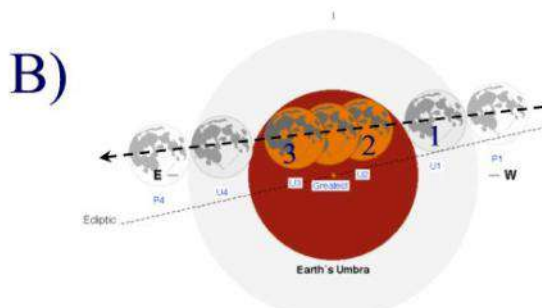
Debería ser un eclipse en que la Luna atravesara el cono de sombra de plano (como el de julio de 1953) y no casi rasante (como el de enero de 2019). Los tiempos son muy diferentes y sería mucha casualidad que hubiera tomado precisamente un eclipse adecuado, que es probable que en toda su vida no ocurriera ninguno. Con el método de la fotografía del eclipse parcial no surge este problema.

De todas formas también es posible que tanto Eratóstenes como Aristarco obtuvieran los resultados exactos, pero no es probable, ni es importante en absoluto. Lo realmente importante es que se plantearon la posibilidad de obtener esas medidas, que idearon unos métodos para calcularlas y aproximadamente obtuvieron el orden de esos tamaños, lo que supuso un gran avance en el conocimiento de la época. Esto es precisamente lo que convendría inculcar al alumnado, y motivarles haciéndoles ver que ellos también son capaces de obtener por sus propios medios esas medidas que en un principio pueden pensar que están fuera de su alcance.



26-7-1953

1- 10:33
2- 11:30
3- 13:11



21-1-2019

1- 3:34
2- 4:41
3- 5:43